

ĐÁP ÁN ĐỀ CHÍNH THỨC

**Câu I**  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

1) Miền xác định :  $D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$y'' = 6x + 6$$

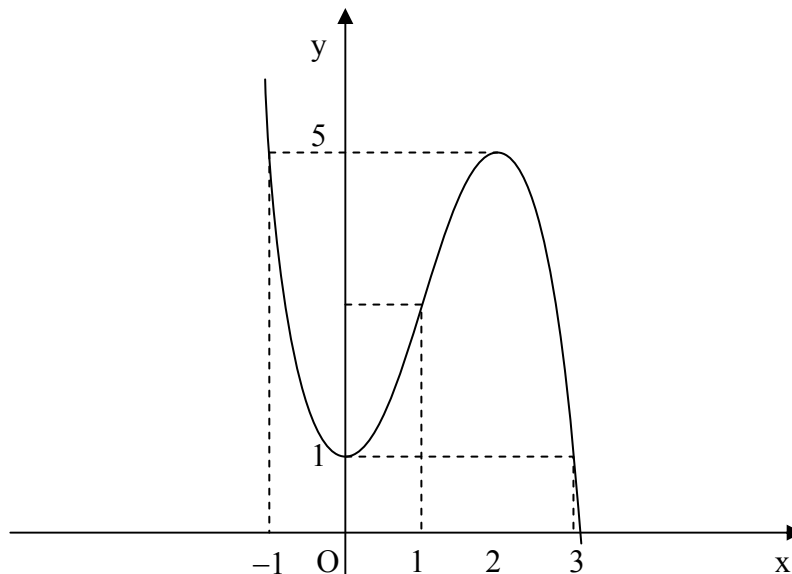
$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y''		+	0	-	
(C)		lõm	(1; 3)	lồi	

BBT

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y''	$+\infty$		1		5		$-\infty$

Đồ thị



2) Phương trình đường thẳng d :

$$y = k(x + 1) + 5$$

Tọa độ giao điểm của d và (C) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = k(x + 1) + 5 \\ y = -x^3 + 3x^2 + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k(x + 1) + 5 = -x^3 + 3x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - 4x + k + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 - 4x + k + 4 = 0 (*) \end{cases}$$

Để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt thì (\*) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 4(k + 4) > 0 \\ 1 + k \neq 0 \end{cases}$$

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k < 0 \\ k \neq -1 \end{cases}$$

0.25

**Câu II**

$$1) \quad 3 \operatorname{tg}^2 \left( x - \frac{\pi}{2} \right) = 2 \left( \frac{1 - \sin x}{\sin x} \right)$$

$$\Leftrightarrow 3 \cot^2 x = \frac{2}{\sin x} - 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{\sin^2 x} - \frac{2}{\sin x} - 1 = 0$$

0.25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sin x} = 1 \\ \frac{1}{\sin x} = -\frac{1}{3} \quad (\text{vô nghiệm}) \end{cases}$$

0.25

0.25

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

0.25

$$2) \quad \begin{cases} x^3 = 2y + x + 2 \\ y^3 = 2x + y + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = 2y + x + 2 \\ (x - y)(x^2 + xy + y^2) = -(x - y) \end{cases}$$

0.25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x^3 = 2y + x + 2 \\ x = y \end{cases} & \text{(I)} \\ \begin{cases} x^3 = 2y + x + 2 \\ x^2 + xy + y^2 = -1 \end{cases} & \text{(II)} \end{cases}$$

0.25

$$\text{(I)} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

0.25

$$\text{(II)} \quad \Rightarrow \quad x^2 + xy + y^2 + 1 = 0$$

$$\Delta = y^2 - 4(y^2 + 1) < 0$$

0.25

Vậy (II) vô nghiệm

**Câu III**

$$1) \quad C(-2, 0, 0) \Rightarrow M(1, 0, \sqrt{2})$$

0.25

$$\overrightarrow{SC} = (-2, 0, -2\sqrt{2}) \quad \overrightarrow{DM} = (1, 1, \sqrt{2})$$

0.25

$$d(SC, DM) = \frac{|[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{DM}] \cdot \overrightarrow{SD}|}{|[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{DM}]|}$$

0.25

$$= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

0.25

$$2) \quad DC // AB \Rightarrow DC // (SAB)$$

$$\Rightarrow (DMC) \cap (SAB) = MN // DC$$

0.25

$$\Rightarrow N \text{ là trung điểm } SB$$

$$\Rightarrow N \left( 0, \frac{1}{2}, \sqrt{2} \right)$$

0.25

$$\overline{SM} = (1, 0, -\sqrt{2}) \quad \overline{SN} = (0, \frac{1}{2}, -\sqrt{2})$$

$$V_{SCMN} = \frac{1}{6} |[\overline{SC}, \overline{SM}] \overline{SN}|$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3}$$

0.25

0.25

**Câu IV**

1)  $I = \int_0^1 \frac{2x-1}{x^2+x+1} dx$

$$= \int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx - 2 \int_0^1 \frac{1}{x^2+x+1} dx$$

0.25

$$I_1 = \int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx = \ln|x^2+x+1| \Big|_0^1$$

$$= \ln 3$$

0.25

$$I_2 = \int_0^1 \frac{dx}{(x+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$$

Đặt  $x + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} t \Rightarrow dx = \frac{\sqrt{3}}{2} (1 + \operatorname{tg}^2 t)$

$$I_2 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} (1 + \operatorname{tg}^2 t) dt}{\frac{3}{4} (1 + \operatorname{tg}^2 t)}$$

$$= \frac{2\pi}{6\sqrt{3}}$$

0.25

$$I = \ln 3 - \frac{2\pi}{6\sqrt{3}}$$

0.25

2)  $P^2 = \frac{a^2 b^2}{c^2} + \frac{b^2 c^2}{a^2} + \frac{a^2 c^2}{b^2} + 2(a^2 + b^2 + c^2)$

Ta có :  $\frac{a^2 b^2}{c^2} + \frac{b^2 c^2}{a^2} \geq 2b^2$

$$\frac{b^2 c^2}{a^2} + \frac{a^2 c^2}{b^2} \geq 2c^2$$

$$\frac{a^2 b^2}{c^2} + \frac{a^2 c^2}{b^2} \geq 2a^2$$

0.25

$$\Rightarrow P^2 \geq 3(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\geq 3$$

$$\Rightarrow P \geq \sqrt{3} \quad (\text{vì } P > 0)$$

0.25

Dấu “=” xảy ra khi  $a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}$

0.25

Vậy  $P_{\min} = \sqrt{3}$

0.25

**Câu Va**

1) Gọi  $\Delta$  là đường thẳng vuông góc với  $d_1$  tại A

$$\vec{n}_{\Delta} = (1, 1)$$

$$\Delta : x + y - 3 = 0$$

Tâm của (C) là giao điểm của  $\Delta$  và  $d_2$

$$\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - 2y - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow I(4, -1)$$

$$R = IA = 2\sqrt{2}$$

$$(C) : (x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 8$$

0.25

0.25

0.25

0.25

2) Gọi  $x = \overline{abcde}$  là số thỏa yêu cầu bài toán

\* Gọi X là tập gồm 5 chữ số, khác 0

$$\text{Số cách chọn X là } C_9^5$$

Với mỗi tập X như trên :

$\overline{c}$  : có 1 cách chọn

$\overline{abde}$  : có 4! cách chọn

Do đó với mỗi tập X như trên ta được 4! số x

\* Gọi Y là tập chứa 0 và bốn chữ số khác 0

$$\text{Số cách chọn Y là } C_9^4$$

Với mỗi tập Y như trên :

$\overline{c}$  : có 1 cách chọn

$\overline{a}$  : có 3 cách chọn

$\overline{bde}$  : có 3! cách chọn

Do đó với mỗi tập Y như trên ta được 3 . 3! số x

\* Vậy số các số x là

$$C_9^5 \cdot 4! + C_9^4 \cdot 3 \cdot 3! = 5292 \text{ (số)}$$

0.25

0.25

0.25

0.25

### Câu Vb

$$1) \quad 8^{x^2-x} - 3 \cdot 2^{x^2-x+2} - 16 \leq 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt : } 2^{x^2-x} = t \quad t \geq 2^{-\frac{1}{4}}$$

$$(*) \Leftrightarrow t^3 - 12t - 16 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 4)(t^2 + 4t + 4) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow t \leq 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$$

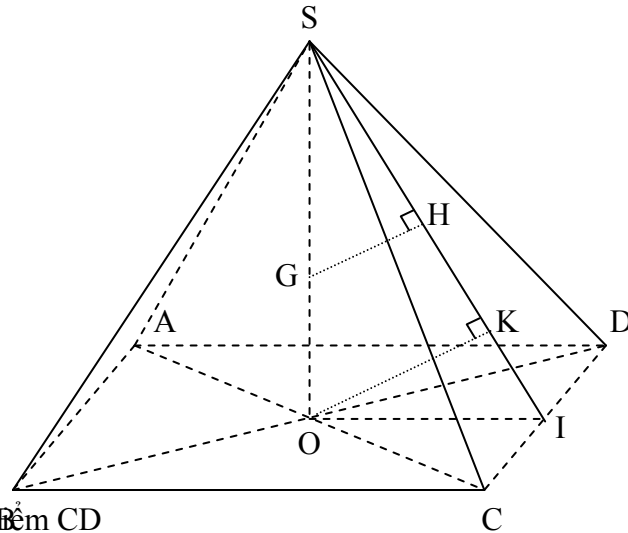
0.25

0.25

0.25

0.25

2)



Gọi I là trung điểm CD

$$\Rightarrow OI \perp CD$$

$$\Rightarrow (SOI) \perp CD$$

$$(SOI) \cap (SCD) = SI$$

Kẻ  $OK, GH \perp SI$

$$\Rightarrow OK \perp (SCD), GH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OK$$

$$OK = \frac{3}{2} GH$$

$$\Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OK^2}$$

$$\Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO \\ &= \frac{a^3\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

0.25

0.25

0.25

0.25